Kapitel 1

Zur Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in statischen volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodellen

Die Hypothese der Konstanz der (direkten) Materialaufwandskoeffizienten im „klassischen Leontief-Modell“ [45] ist umstritten und kann anhand praktischer statistischer Daten widerlegt werden. Hierzu existieren mehrere Verfahren, von denen einige in diesem Kapitel angeführt werden.
Häufig wird die Variabilität der Materialaufwandskoeffizienten auf den zeitlichen Aspekt reduziert und in etwa in folgender Form angegeben:

$$(1.\ 1.) \qquad a_{ij} = a_{ij}(t), \quad t \in R_+^1 \setminus \{0\}, \qquad i, j = 1,2,...,n.$$

Hier sind:

$a_{ij},\ i, j = 1,2,...,n$: der (direkte) Materialaufwand des Zweiges i zur Herstellung einer Produktionseinheit des Zweiges j,
t: die Zeit.

Eine realistischere Funktionsform wäre allerdings

$$(1.\ 2.) \qquad a_{ij} = a_{ij}(t, x_j(t)), \quad i, j = 1,2,...,n$$

mit

$x_j,\ j = 1,2,...,n$: die Gesamtproduktion des Zweiges j.

Die Formel (1. 2.) bringt die Tatsache zum Ausdruck, dass selbst bei einer *dynamischen* Betrachtungsweise die Materialaufwandskoeffizienten nicht nur zeit- sondern auch produktionsniveauabhängig sein können, wobei das Produktionsniveau seinerseits als eine von der Zeit abhängige Größe angesehen werden muss.
Man kann also ahnen, dass die Variabilität der Materialaufwandskoeffizienten Resultat verschiedener, im Allgemeinen schwer trennbarer Einflussfaktoren ist.
Es gibt zwar eine Reihe von Methoden, mit deren Hilfe die Materialaufwandskoeffizienten, mehr oder weniger zufriedenstellend korrigiert werden können, sie sind jedoch nicht in der Lage, die anteilige Wirkung der verschiedenen, diese Koeffizienten beeinflussenden Faktoren zu erklären.
Beschränkt man sich nun auf eine *statische* bzw. *relativ statische* Betrachtungsweise, so verbleibt das Produktionsniveau der einzig wesentliche Faktor, von dem die Materialaufwandskoeffizienten abhängen, also

$$(1.\ 3.) \qquad a_{ij} = a_{ij}(x_j), \quad i, j = 1,2,...,n.$$

Verallgemeinert auf den Materialaufwand überhaupt wird später gezeigt, dass die Annahme der Proportionalität zwischen Materialaufwand und Gesamtproduktion weder realistisch noch wünschenswert ist.

1. 1. Zur Hypothese der Konstanz der Materialaufwandskoeffizienten im „klassischen Leontief-Modell“

Das sog. „klassischen Leontief-Modell“ oder genauer gesagt das statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell mit homogen-linearen Materialaufwandsfunktionen

(1. 4.) $$x = Ax + y,$$

mit

$x := (x_j) \in R_+^n,$

x_i : die Gesamtproduktion des Zweiges i,

$A := (a_{ij}),\ i, j = 1, 2, ..., n,$

a_{ij} : der (direkte) Materialaufwand des Zweiges i zur Herstellung einer Produktionseinheit des Zweiges j (der sog. (*direkte*) *Materialaufwandskoeffizient*),

$y := (y_i) \in R_+^n,$

y_i : der Endverbrauch des Zweiges i,

Basiert u.a. auf der Hypothese der Konstanz der Matrix A. Diese Hypothese wurde im Laufe der Zeit vielfach auf die „
Zeitliche“ Invarianz reduziert. Eine solche Vereinfachung ignoriert zumindest die Gesamtproduktionsniveauabhängigkeit des Materialaufwandskoeffizienten $a_{ij},\ i, j = 1, 2, ..., n.$

Die Hypothese der Konstanz der Matrix A ist sowohl theoretisch als auch empirisch umstritten. Kritische Bemerkungen zur Praktikabilität der volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodelle setzen zumindest an diesem Punkt an und gehen manchmal soweit, dass sie ihre praktische Bedeutung für die Wirtschaftspolitik in Frage stellen.
Die ersten Diskussionen über Leontiefs Annahme der Konstanz der Materialaufwands-koeffizienetn waren fast ausschließlich theoretischer Natur. Das war mit durch die schlechte Datenlage bedingt. Seit Beginn der 70er Jahre gibt es verstärkt empirische Untersuchungen zur Koeffizientenveränderung im Rahmen wirtschaftsstrukturanalytischer Arbeiten. Hier spielt der verstärkte Anpassungsbedarf der Volkswirtschaften der entwickelten Länder an die veränderten nationalen und internationalen Rahmenbedingungen eine wichtige Rolle. In diesem Zusammenhang sei z.B. auf die raschen technologischen Neuerungen, stark veränderten Wechselkursrelationen auf dem kapitalistischen Weltmarkt, extreme Verteuerung wichtiger Rohstoffe u.ä. hingewiesen.
Die empirischen Untersuchungen wurden aber vor allem durch die relative Verbesserung der Datenlage erleichtert. In neuerer Zeit gibt es nämlich in einigen entwickelten Ländern Bestrebungen, Zeitreihen von vergleichbaren Verflechtungsmodellen zu erstellen (vgl. z.B. das „Input-Output-Programm im Rahmen des Europäischen Systems Volkswirtschaftlicher Gesamtrechnungen“ (ESVG)“. Für Ungarn, BRD, die Niederlande, Griechenland und die DDR liegen solche veröffentlichten Reihen, wenn auch manchmal auf hohem Aggregationsniveau, vor [6], [30], [34], [80].

1. 2. Überprüfung des Koeffizientenverlaufs

Das Vorhandensein vergleichbarer Verflechtungstabellen ermöglicht es, die Annahmen Leontiefs zu testen. Die Überprüfung des Koeffizientenverlaufs kann nach folgenden *Methoden* vorgenommen werden:

1. Überprüfung *einzelner* Koeffizienten:
   Bei dieser Methode werden nur Einzelkoeffizientenschätzungen durchgeführt. Die Interdependenzen zwischen den Matreialaufwandskoeffizienten werden also nicht berücksichtigt. Die Einzelkoeffizientenschätzung kann mittels

   a) Zeitreihen oder
   b) verschiedener „Veränderungsraten“

   vorgenommen werden.
   In der Literatur findet man oft lineare bzw. exponentielle Ansätze für den Verlauf der Materialaufwandskoeffizienten in der Zeit (vgl. z.B. [92]). Dabei geht es bei einer solchen Trendberechnung nicht um eine möglichst gute Beschreibung des Koeffizientenverlaufs, sondern vor allem darum, ob sich die Koeffizienten im Zeitablauf signifikant verändert haben.

   Die sog. „Veränderungsraten“ können zur Untersuchung der „Stabilität“ der Materialaufwandskoeffizienten verwendet werden.
   Die erste unmittelbare „Stabilitätsprüfung“ von Materialaufwandskoeffizienten geschah durch Leontief selbst und zwar auf der Grundlage der nach 13 Zweigen gruppierten Tabellen der USA für 1919, 1929 und 1939. Er wendete dabei folgende Formel an:

(1. 5.) $$r_{ij} := 2 \cdot \frac{a_{ij,t-1} - a_{ij,t}}{a_{ij,t-1} + a_{ij,t}}, \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$

   Hier sind:

   r_{ij} : die „Veränderungsrate“ des Materialaufwandskoeffizienten a_{ij} im Zeitintervall $[t-1,\ t]$,

   $a_{ij,t}$: der Materialaufwandskoeffizient der Periode t.

   Als *stabil* wird eine Materialaufwandskoeffizient bezeichnet, wenn seine „Veränderungsrate“ $r_{ij},\ i, j = 1, 2, ..., n,$ in t “*minimal*“ ist. Der minimal zulässige Bereich, in dem die „Veränderungsrate“ des Materialaufwandskoeffizienten schwanken kann, hängt vom Einfluss dieses Koeffizienten auf das Modellergebnis, d.h. auf die Gesamtproduktion der einzelnen Zweige, ab. Dieser Einfluss kann auf verschiedene Weise gemessen werden (vgl. z.B. [18]).
   Die „Veränderungsrate“ des Materialaufwandskoeffizienten hat umso größeren Einfluss auf das Modellergebnis, je größer der diesem Materialaufwandskoeffizienten entsprechende Materialverbrauch $b_{ij},\ i, j = 1, 2, ..., n,$ ist. Daher können die Veränderungen mit dem Materialverbrauch

gewichtet werden, und es wird eine gewogene relative Veränderung des Materialaufwandskoeffizienten $\tilde{r}_{ij},\ i,j=1,2,...,n,$ zweier Perioden gebildet (vgl. [52], S. 66):

(1. 6.) $$\tilde{r}_{ij} := r_{ij}(b_{ij.t-1} - b_{ij,t}), \quad i,j=1,2,...,n.$$

2. Überprüfung *ganzer* Verflechtungstabellen:
   Kennt man den Endverbrauch- und den Gesamtproduktionsvektor für ein bestimmtes Jahr, so kann man mit Hilfe von

(1. 7.) $$x = (E - A)^{-1} y$$

eine vorgegebene (nicht aktuelle) Materialaufwandskoeffizientenmatrix A auf Konsistenz mit diesen Daten überprüfen. Je mehr die mittels dieser Gleichungen gewonnenen Gesamtproduktionswerte von den tatsächlichen (aktuellen) abweichen, desto wahrscheinlicher ist es, dass auch größere Veränderungen bei den Materialaufwandskoeffizienten stattgefunden haben. Eindeutige Aussagen sind wegen möglicher Kompensationseffekte schwierig. Auch können die Veränderungen nicht bestimmten Koeffizienten zugeordnet werden. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass man erheblich weniger empirische Daten benötigt ($2n$ statt n^2 bei Schätzung aller Koeffizienten mittels direkter Überprüfungsmethode).

Fasst man die Ergebnisse der empirischen Untersuchungen zusammen, so lässt sich sagen:

(1) Die Materialaufwandskoeffizienten sind mit hoher Wahrscheinlichkeit mittel- und langfristig nicht konstant;

(2) Über die Art der Veränderung kann relativ wenig Allgemeines gesagt werde.

Es herrscht deswegen die Auffassung vor, dass wegen signifikanter Veränderungen in der Verflechtungsstruktur Modelle mit konstanten Koeffizienten, deren Datenbasis älter als 4 bis 5 Jahre ist, nicht verwendet werden dürfen.

Tabelle 1 zeigt die Verteilung der Materialaufwandskoeffizienten für das „7-sektorale DDR-Modell“ nach ihrem Wachstumstempo in den Jahren 1969-1974 bzw. 1969-1979. Dabei soll unter dem *Wachstumstempo* folgende Größe verstanden werden:

(1. 8.) $$w_t(a_{ij}) := \frac{a_{ij,t+1} - a_{ij,t}}{a_{ij,t}} \cdot 100\,.$$

Die Anwendung dieser Formel ist gerechtfertigt, da im genannten Datenmaterial die Koeffizienten $a_{ij,t} > 0$ waren.

Tabelle 1 zeigt u.a.: Während in den Jahren 1969-1974 „nur“ 36.73 Prozent der Materialaufwandskoeffizienten Veränderungen von mehr als -10 bzw. +10 Prozent aufweisen, gehören in den Jahren 1969-1979 schon 55.11 Prozent der Koeffizienten zu dieser Kategorie.

Tabelle 1

Die Verteilung der Materialaufwandskoeffizienten nach ihrem Wachstumstempo

Wachstumstempo [%]	Anteil [%] 1969 - 1974	1969 - 1979
bis -10	12.25	14.29
-10 bis 0	28.57	18.36
0 bis 10	34.70	26.53
10 bis 20	2.04	14.29
20 bis 30	10.20	6.12
30 bis 40	6.12	4.08
über 40	6.12	16.33

Wir haben ferner, basierend auf dem gleichen Datenmaterial, für das Jahr 1979 die Gesamtproduktion (in Mio Mark) berechnet, die zur Realisierung folgender Endverbrauchsstruktur (in Mio Mark) notwendig wäre:

Industrie:	122063
Bauwirtschaft:	20440
Landwirtschaft	8861
Verkehr:	10629
Binnenhandel:	22522
Bildungswesen:	2717
Gesundheitswesen:	60

Tabelle 2 bestätigt zwar, dass für eine gegebene Endverbrauchsstruktur unterschiedliche Koeffizientenbasen zu unterschiedlichen Gesamtproduktionsstrukturen führen, lässt jedoch keine nähere eindeutige Aussage diesbezüglich zu.

Tabelle 2

Gesamtproduktion (in Mio Mark) der Volkswirtschaftszeige der DDR in 1979

Zweige	Berechnet nach den Koeffizienten von 1969	1979
Industrie	279607	284438
Bauwirtschaft	33957	34365
Landwirtschaft	42497	45444
Verkehr	24425	24333
Binnenhandel	32366	32799
Bildungswesen	7974	9928
Gesundheitswesen	9151	9245

1. 3. Ursachen für die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten

In der Literatur gibt es zahlreiche Versuche, den Komplex der Ursachen für die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten zu analysieren und eventuell zu modellieren (vgl. z.B. [52], [25]).
Als Beispiel sei hier lediglich auf einen Ansatz Sevaldsons ([69], S. 307-311) eingegangen. Sevaldson beschreibt die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten durch folgendes Modell:

(1. 9.) $$\bar{a}_{ij} - a_{ij} := k_{ij}, \quad i, j, = 1, 2, ..., n,$$

(1. 10) $$k_{ij} = {}_1k_{ij}(t) + {}_2k_{ij}(t) + {}_3k_{ij}(z) + {}_4k_{ij}(w) + {}_5k_{ij}(o) + {}_6k_{ij}, \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$

Hier sind:

a_{ij} : die nichtaktuellen (geschätzten) Materialaufwandskoeffizienten.

$\bar{a}_{ij}$: die aktuellen Materialaufwandskoeffizienten

k_{ij} : die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten,

${}_1k_{ij}(t)$: die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in Abhängigkeit von der „Zeit“ (der sog. Trendfaktor),

${}_2k_{ij}(x_j)$: die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in Abhängigkeit vom Produktionsniveau des Zweiges j,

${}_3k_{ij}(z)$: die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in Abhängigkeit vom Faktor z der exogenen Faktoren,

${}_4k_{ij}(w)$: die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in Abhängigkeit vom Vektor w der restlichen Modellvariablen,

${}_5k_{ij}(o)$: die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten in Abhängigkeit vom Beobachtungsfehler o,

${}_6k_{ij}$: der Residualterm.

Zu den einzelnen, die Veränderungen der Materialaufwandskoeffizienten beeinflussenden Faktoren führt Sevaldson aus:

„Die Hauptursachen für die Trends (also Veränderung, *J. S.*) der Inputkoeffizienten sind technologische Änderungen als eine von der Zeit und möglicherweise von der Ausnutzung des fixen Kapitals (und damit indirekt vom Produktionsniveau) abhängige Koeffizientenveränderung…“ (vgl. [69], S. 306).
Sevaldson stellt ferner fest, dass ein Materialaufwandskoeffizient vom Produktionsniveau abhängig sein kann, erkennt jedoch diese Produktionsniveauabhängigkeit nur für den Fall an, dass sich sowohl die Produktion als auch der Materialaufwandskoeffizient um mehr als 20% ändern. Ansonsten wird die Veränderung als eine technologische Änderung aufgefasst. Sevaldson ist sich aber der Tatsache bewusst, dass eine Trennung der beiden Faktoren „Trend“ und „Produktionsniveau“ äußerst problematisch sein kann. Im Falle, dass die

Einführung neuer Technik sowohl von der Zeit als auch vom Produktionsniveau abhängt, empfiehlt er die Kombination der Funktionen ${}_1k_{ij}(t)$ und ${}_2k_{ij}(x_j)$ zu einer Funktion ${}_{12}k_{ij}(t,x_j)$.

Sevaldson macht aber über die praktische Ermittlung einer solchen Funktion keine weiteren Ausführungen. Laut Sevaldson sind die Funktionen ${}_2k_{ij}(x_j)$ nichtlinear, wenn z.B. Die Anwendung eines bestimmten Verfahrens durch die Produktionskapazität beschränkt ist. Wie Sevaldson bemerkt, sind die Funktionen ${}_3k_{ij}(z)$ und ${}_4k_{ij}(w)$ von Untersuchungsgegenstand abhängig. Ein typisches Beispiel hierfür sind die relativen Preise. Sie können in manchen Fällen als exogene, in anderen Fällen als endogene Faktoren betrachtet werden. Ein anderes Beispiel ist das Angebot an Inputs. Wenn ein Zweig einen anderen nur in begrenztem Umfang mit einem Erzeugnis beliefern kann, so dass der verbrauchende Zweig eine alternative Technologie suchen muss, hat man mit der Funktion ${}_4k_{ij}(w)$ zu tun. Die Funktion ${}_3k_{ij}(z)$ kommt zur Wirkung, wenn über die Begrenztheit des Inputs exogen entschieden wird.

Es wird darauf verzichtet, auf die in der Funktion (1. 10.) auftretenden Faktoren ausführlicher einzugehen. Wir beschränken uns auf einige grundsätzliche Bemerkungen, die nicht nur Sevaldsons Beitrag sondern auch andere Klassifizierungsschemata betreffen.

1) Die verschiedenen Ursachen wirken zumeist simultan und beeinflussen sich gegenseitig. Da auch eine streng hierarchische Wirkungskette unter ihnen nicht existiert, kann der Effekt eines einzelnen Einflussfaktors nur schwer separiert werden. So kann z.B. der technische Fortschritt die relativen Preise beeinflussen, und umgekehrt können Veränderungen in den relativen Preisen, wie etwa bei den Rohstoffen, technologischen Wandel induzieren. Verschiebungen in der Produktmischung sind auch, meist bedingt durch den Einsatz besserer Maschinen, mit Veränderungen in der Prozessmischung verbunden. (Diese beiden Faktoren kommen in (1. 10.) in der Teilfunktion ${}_4k_{ij}(w)$ zum Ausdruck.)

   Hohe Korrelationen, die gelegentlich als Nachweis für die Abhängigkeit des spezifischen Materialaufwands von diesen oder jenen Faktoren angesehen werden, sind im Allgemeinen keine Antwort auf das Problem der Inseparabilität der Ursachen für die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten beeinflussenden Faktoren. Bekanntlich muss eine hohe Korrelation keine Kausalität bedeuten. Das Ignorieren der mangelnden Separabilität der Ursachen für die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten ist auch kennzeichnend für solche Varianten der „*RAS*“-Methode, die auf der Prämisse basieren, dass die Wirkung jedes einzelnen Faktors quantifizierbar ist (siehe *Abschnitt 1. 4.*).

2) Aus der Schwierigkeit, zwischen den verschiedenen Ursachen zu unterscheiden, resultieren auch begriffliche Abgrenzungsprobleme. So werden oft Koeffizientenveränderungen allein auf den von vielen Autoren nicht hinreichend präzise definierten Begriff „*technischer Fortschritt*“ zurückgeführt (vgl. z.B. [11].) Die oben zitierte „Definition“ von technologischen Veränderungen reduziert sich letztendlich auf die nichtaussagende Aussage: Die Hauptursache für die Koeffizientenveränderungen sind technologische Änderungen, und technologische Änderungen sind im Wesentlichen Veränderungen von Koeffizienten in der Zeit. Auf dieses Problem wird im nächsten Kapitel eingegangen.

3) Sieht man vielleicht von den Preisen ab, so gibt es für keine der anderen Ursachen für die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten quantifizierte Datenreihen.

Man ist oft auf mehr oder weniger gute (oder schlechte) Indikatorreihen angewiesen. Für anspruchsvolle statistische Verfahren reichen die Stichprobenumfänge bei weitem nicht aus. Auch bei Preisen ist man auf Näherungswerte angewiesen. So liegen in nahezu allen Fällen nur Preisindizes für die Reihen von Verflechtungstabellen vor, nicht aber für die einzelnen Felder.

4) Einige Faktoren beeinflussen die Materialaufwandskoeffizienten in verschiedener Richtung. Zum Beispiel hat der Materialaufwandskoeffizient eine sinkende Tendenz, wenn infolge des technischen Fortschritts die Materialart eingespart oder durch bessere Materialarten substituiert wird, und eine steigende Tendenz, wenn es sich um Materialarten handelt, die andere Materialarten ersetzen oder die Funktionstüchtigkeit der Grundfonds sichern.

5) Es kommt oft zur Verschleierung der Wirkungsbeziehungen durch intersektorale Substitution. Das ist insbesondere bei den großen Zweigen, wie Elektrotechnik und Maschinenbau der Fall. Die numerischen Werte der globalen Koeffizienten können sich unter Umständen nur wenig geändert haben, obwohl sie ganz andere Lieferbeziehungen beinhalten.

1. 4. Methoden zur Korrektur der Materialaufwandskoeffizienten

Neben der Koeffizienteneinschätzung mittels der Zeitreihen (vgl. *Abschnitt 1. 2.*), sind zahlreiche weitere Methoden zur Korrektur der Materialaufwandskoeffizienten in der Periode 1 gegenüber der Periode 0 bekannt (vgl. z.B. [22], S. 136-151, [20], [1], [87], [7], [43]).
Wir werden in diesem Abschnitt lediglich zwei Klassen von diesen Methoden kurz darlegen und sie anschließend miteinander vergleichen:

(1) Die Methode „RAS“
Diese Methode wurde von Stoer ([86], [85], [2]) entwickelt und liegt inzwischen in verschiedenen Varianten vor. Sie wird zunächst in ihrer Grundvariante beschrieben. Für das „klassische Leontief-Modell“ gilt bekanntlich:

(1. 11.) $$x = \hat{X}\, A^T 1 + c.$$

Hier sind:

$\hat{X}$: eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente $x_j,\ j = 1,2,...,n,$ sind,

$1 := (1,1,...,1)^T \in R_+^n,$

$v := (v_j) \in R_+^n;$

v_j : das sog. *„bedingte Bruttoprodukt“* des Zweiges j [36].

Sei nun

(1. 12.) $$u := x - y\,,$$

(1. 13.) $z := x - v.$

Die Methode „*RAS*“ geht von der Gleichung

(1. 14.) $a_{ij}^{(1)} = r_i a_{ij}^{(0)} a_j, \quad i, j = 1,2,...,n,$

aus.
Hier sind $a_{ij}^{(0)}$ bzw. $a_{ij}^{(1)}$ der Materialaufwandskoeffizient in der Periode 0 bzw. in der Periode 1. Die Multiplikatoren $r_i,\ i = 1,2,...,n,$ bzw. $a_j,\ j = 1,2,...,n,$ sind das Produkt der Faktoren für die einzelnen das Erzeugnis herstellende Zweige i bzw. das Produkt der Faktoren für die einzelnen das Erzeugnis verwendenden Zweige j. Sie bringen den „Substitutionseffekt“ bzw. den „Produktivitätseffekt“ zum Ausdruck.
Man erhält ferner

(1. 15.) $A^{(1)} = \hat{R}\, A^{(0)}\, \hat{S}.$
(∵ (1. 14.))

($\hat{R}$ bzw. $\hat{S}$ sind Diagonalmatrizen, deren Hauptdiagonalelemente r_i bzw. s_j sind),

(1. 16.) $u = Ax$
(∵ (1. 4.), (1. 12.))

(1. 17.) $z = \hat{U}\, A^T 1$
(∵ (1. 11.), (1. 13.))

($\hat{U}$ ist eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente u_i sind),

(1. 18.) $u = \hat{R}\, A^{(0)T}\, \hat{S}\, x$
(∵ (1. 16.), (1. 15.))

(1. 19.) $z = \hat{X}\, \hat{S}\, A^{(0)T} r.$
(∵ (1. 17.), (1. 15.))

Das System (1. 18.) – (1. 19.) stellt ein „nichtlineares Gleichungssystem in den Unbekannten $\hat{R}$ und $\hat{S}$ dar. Da die Anzahl der Gleichungen gleich der Anzahl der Unbekannten ist, ist das System im Prinzip lösbar“ [55].
Zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems (1. 18.) – (1. 19.) kann folgendes iteratives Verfahren gewählt werden:

Schritt 1: Setze in (1. 18.) $\hat{S} := S$ und ermittle $\hat{R}$;

Schritt 2: Setze $\hat{S}$ aus Schritt 1 (bzw. Schritt 3) in (1. 19.) und ermittle $\hat{S}$;

Schritt 3: Setze $\hat{S}$ aus Schritt 2 (bzw. Schritt 3) in (1. 18.) und ermittle $\hat{R}$;

Schritt 4: Stopp, wenn die gewünschte Genauigkeit erzielt worden ist; sonst gehe zurück zu Schritt 2.

(Für eine Darlegung der wichtigsten mathematischen Eigenschaften des Systems (1. 18.) – (1. 19.) und des obigen Lösungsverfahrens vgl. [55]).

(Für eine Darlegung der wichtigsten mathematischen Eigenschaften des Systems (1. 18.) – (1. 19.) und des obigen Lösungsverfahrens vgl. [55]).

Wie bereits im *Abschnitt 1. 3*. Angedeutet, basieren einige Verfahren der „*RAS*"-Methode auf der Prämisse, dass die Wirkung *jedes* einzelnen Faktors quantifizierbar ist. Unter diese Voraussetzung werden dann folgende „*Veränderungsraten*" ermittelt:

$r_{1,i}$: die „Veränderungsrate" des Materialaufwandskoeffizienten zweier benachbarter Perioden infolge technischer und technologischer Änderungen im Verbrauch des Materials der Art i;

$r_{2,i}$: die „Veränderungsrate" der Preise für das Material der Art i;

$r_{3,i}$: die Veränderung des Angebots des Materials der Art i;

$s_{1,j}$: die „Veränderungsrate" der Preise für die Produktion der Art j;

$s_{2,j}$: die „Rate", die die Veränderung der Struktur der Produktion des Zweiges j berücksichtigt.

Für die Elemente der Matrix der Materialaufwandskoeffizienten der Periode 1, $A^{(1)}$, gilt dann

$$a_{ij}^{(1)} = \frac{r_{1,i} r_{2,i} r_{3,i} x_{ij}^{(0)}}{s_{1,j} s_{2,j} x_j^{(0)}} = \frac{r_{1,i} r_{2,i} r_{3,i}}{s_{1,j} s_{2,j}} \cdot a_{ij}^{(0)}, \quad i, j = 1, 2, ..., n,$$

oder in der Matrizenschreibweise (1. 14.).

Ist die Trennung der Faktoren, die den Materialaufwandskoeffizienten verändern, in zwei Gruppen durchgeführt, dann kann auch

$$A^{(1)} - A^{(0)} =: A$$

$$= r \cdot s^T$$

definiert werden. r ist der Vektor, der für jeden Zweig i die auf die Zeile wirkenden Faktoren r_1, r_2 und r_3, s der Vektor, der für jeden Zweig j die auf die Spalte wirkenden Faktoren $\frac{1}{s_1}$ und $\frac{1}{s_2}$ so zusammenfassen, dass die Vektormultiplikation die Veränderung der Materialaufwandskoeffizienten angibt (vgl. [68], S. 59).

Das problematische bei der „*RAS*“- Methode ist die strenge Trennung der Einflussgrößen in zwei Gruppen (in eine „r – Gruppe“, die nur auf die das Material herstellenden Zweige i wirken, und in eine „s – Gruppe“, die nur auf die das Material verwendenden Zweige j wirken).

Eine solche Trennung ist aber im Allgemeinen nur für Preisveränderungen eindeutig. Problematischer sind jedoch solche Varianten der „*RAS*“- Methode, die eine weitere Zerlegung der Größen r und s für an sich schwer trennbare und daher nicht quantifizierbare Einflussgrößen vornehmen. Ein solches Vorgehen muss zwangsläufig als willkürlich und subjektiv angesehen werden.

(2) Methoden der Abstandsminimierung

Nach dieser Methode wird der Abstand zwischen den (bekannten) Materialaufwands-koeffizienten der Periode 0 und den (unbekannten) Materialaufwandskoeffizienten der Periode 1 minimiert, wobei die Einhaltung der Liefer- und Bezugsrestriktionen gefordert wird.

Eine solche Aufgabe kann z.B. folgende Gestalt annehmen:

(1. 21.)

$$\min\left\{ d(A^{(0)}, A^{(1)}) \,|\, \sum_{j=1}^{n} x_j a_{ij}^{(1)} = u_i,\ i = 1,2,...,n; \sum_{i=1}^{n} x_j a_{ij}^{(1)} = z_j,\ j = 1,2,...,n;\ a_{ij} \geq 0,\ i,j = 1,2,...,n \right\}$$

In *Anhang1* sind einige Möglichkeiten für die Wahl der Abstandsfunktion $d(A^{(0)}, A^{(1)})$ zusammengestellt worden. Sowohl numerische Experimente als auch ökonomische Arbeiten (vgl. z.B. [60], [91]) zeigen, dass im Allgemeinen die „*RAS*“-Methode der Methode der Abstandsminimierung überlegen ist. Dafür sind vor allem zwei Gründe zu nennen:

1) Die „*RAS*“-Methode ist numerisch einfacher zu handhaben;
2) Bei der Methode der Abstandsminimierung kann durchaus passieren, dass $a_{ij}^{(1)} = 0$ werden, obwohl die entsprechenden $a_{ij}^{(0)}$ positiv waren. Dies ist insbesondere der Fall, wenn absolute Abweichungen der linearen oder Tschebyscheff-Form minimiert werden (vgl. *Anhang 1*)

1. 5. Einige Schlussfolgerungen

(1) Die bisherigen (sehr wenigen) Versuche, den Wirkungskomplex bei Veränderungen der Materialaufwandsfunktionen einigermaßen exakt zu charakterisieren und modellieren, sind als insgesamt wenig erfolgreich anzusehen;

(2) Auch in absehbarer Zeit ist es unwahrscheinlich, dass Modelle mit umfassend variablen Materialaufwandsfunktionen aufgestellt und behandelt werden können;

(3) Verzichtet man auf eine *dynamische* Betrachtungsweise und beschränkt sich auf eine *statische* bzw. *relativ statische* Betrachtungsweise, so verbleibt das Produktionsniveau der einzige wesentliche Faktor, von dem die Materialaufwandskoeffizienten abhängen können, also (1. 3.).
Verallgemeinert auf den Materialaufwand überhaupt, kann gezeigt werden, dass die Annahme der Proportionalität zwischen Materialaufwand und Gesamtproduktion weder immer der Realität entspricht noch aus Effektivitätsgründen wünschenswert ist.

Damit verallgemeinert sich das Problem (1. 4.) zunächst auf

(1. 22.) $$x = A(x)x + y$$

und dann auf den allgemeinen Fall eines statistischen volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodells mit nichtlinearen Materialaufwandsfunktionen.

(1. 23.) $$\begin{cases} x = b(x) + y, \\ b : R_+^n \to R_+^n \end{cases}$$

Das Problem (1. 23.) ist in dieser Form recht allgemein und lässt kaum quantitative bzw. qualitative Aussagen zu. Dabei spielt die Form der Materialaufwandsfunktion $b(x)$ eine zentrale Rolle.

Außerdem ist die praktische Ermittlung der sektoralen Materialaufwandsfunktionen mit einer Reihe von grundsätzlichen Problemen verbunden, denen wir und im nächsten Kapitel widmen wollen.